DISPENSE DI MATEMATICA 1

3° Trimestre

anno scolastico 2012 - 2013

lavoro svolto dagli alunni di 1°H e 1°I

Scuola Media di Postioma (TV)

LE POTENZE

Di Marco Bertuola 1° H

L' elevamento a potenza di un numero alto non è che una nuova forma con cui rappresentiamo una moltiplicazione. Una potenza è sempre espressa da 2 numeri

a. Base
b. Esponente

Esponente

$$2^{5}$$

Base

Elevare un numero a potenza significa moltiplicarle per se stesso tante volte quante ne indica l'esponente

$2^5 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 32$

La base e l'esponente hanno funzioni ben precise e molto particolari. Proprio sulla definizione di base e di esponente si applicano le proprietà delle potenze

$2^3 * 2^4 = (2 * 2 * 2) * (2 * 2 * 2 * 2) = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^7 = 128$

$2^{3} * 2^4 = 2^{(3+4)} = 2^7 = 128$

Nell'operare con le potenze scritte sopra abbiamo seguito 2 percorsi:

1) Abbiamo svolto la moltiplicazione
2) Abbiamo applicato una proprietà delle potenze

Operare con le proprietà delle potenze risulta molto più facile perché si opera con numeri piccoli.

LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

Le proprietà delle potenze sono delle proprietà che ci permettono di operare con le potenze lavorando solamente o con gli esponenti.
Se non si utilizzassero le proprietà, sviluppare la potenza e ci si potrebbe trovare ad operare numeri molto grandi.
Le proprietà delle potenze sono:

1) **PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL BASE**
2) **PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE**
3) **QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL BASE**
4) **QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE**
5) **POTENZA DI POTENZA**

1) PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL BASE

Questa proprietà è quella che abbiamo utilizzato nell'esempio precedente

$\mathbf{2^3 * 2^4 = 2^{(3+4)} = 2^7 = 128.}$

Come si può notare la potenza $\mathbf{2^7}$ è stata determinata sommando gli esponenti.
Infatti se si devono moltiplicare 2 potenze che hanno la stessa base si possono sommare gli esponenti e determinare la potenza avente come la base la stessa base e come esponente la somma degli esponenti.
Le proprietà delle potenze non vanno studiate.
SI DEVONO IMPARARE A MEMORIA!!!
Questa è la frase che va imparata a memoria:

PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL BASE.

Il prodotto di potenze ad ugual base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

2) PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE

In questo caso siamo di fronte ad una situazione diversa

$3^2 * 2^2 =$

Da quello che abbiamo imparato possiamo scrivere **3 * 3 * 2 * 2**
Siccome la moltiplicazione come abbiamo imparato nella scuola elementare gode della proprietà commutativa.

(SCAMBIANDO L'ORDINE DEI FATTORI IL RISULTATO NON CAMBIA).

Possiamo scrivere

3 * 2 * 3 * 2

Usando le parentesi possiamo scrivere

(3 * 2) . (3 * 2).

Come si può notare le parentesi rappresentano lo stesso numero che viene moltiplicato per se stesso.
Di conseguenza possiamo scrivere

$(3 * 2)^2$.

Come si può notare l'esponente di questa potenza e lo stesso di quello delle basi precedenti.
Si può perciò enunciare la seguente proprietà.

PRODOTTO DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE

Il prodotto di potenze ad ugual esponente è una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.

3) QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL BASE

Anche in questo caso consideriamo il significato di potenza **($3^7 : 3^5$)**.
Questa operazione la possiamo scrivere nel seguente modo

$$\frac{3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3}{3 * 3 * 3 * 3 * 3}$$

Questa frazione la possiamo esprimere come il prodotto di più frazioni

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * 3 * 3$$

Che possono essere espresse anche nel seguente modo

(3 : 3) * (3 : 3) * (3 : 3) * (3 : 3) * (3 : 3) * 3 * 3

Il risultato sarà perciò

$1 * 1 * 1 * 1 * 1 * 3 * 3 = 3 * 3 = 3^2 = 9$

A questo risultato si giunge operando anche nel seguente modo

$3^7 : 3^5 = 3^{(7 - 5)} = 3^2 = 9$

Per giungere a questo risultato abbiamo applicato una delle proprietà delle potenze e più precisamente:

QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL BASE

Il quoziente di potenze ad ugual base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

Applicando questa proprietà consideriamo il seguente caso

$3^5 : 3^7$

Operiamo come nel caso precedente

$$\frac{3 * 3 * 3 * 3 * 3}{3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3}$$

Si avrà perciò

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} * \frac{1}{3} * \frac{1}{3}$$

Che possiamo considerare

$$\frac{1}{1} * \frac{1}{1} * \frac{1}{1} * \frac{1}{1} * \frac{1}{1} * \frac{1}{3} * \frac{1}{3}$$

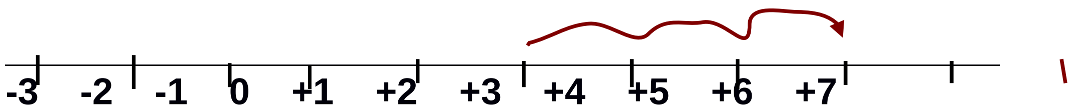
Che risulta

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Se avessimo applicato la proprietà il risultato sarebbe stato il seguente

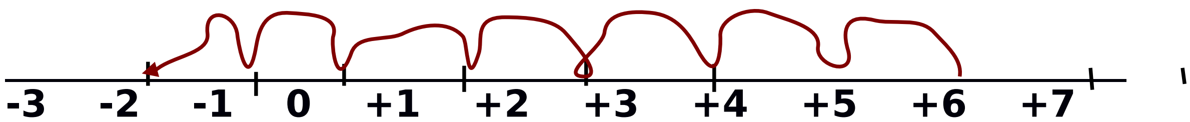
$3^5 : 3^7 = 3^{(5-7)} = 3^{-2}$

Per capire il risultato consideriamo l'asse delle X del piano cartesiano.
Quando si sommano 2 numeri ci si posiziona sul primo e ci si sposta verso destra di tante unità quante né indica il secondo numero.
2 + 3 = 5



Se si deve fare una differenza ci si posiziona sul primo numero e ci si sposta verso sinistra di tante unità quante né indica il secondo numero.

5 – 7 = - 2



In questo caso il risultato è un numero negativo.

5 – 7 = - 2

Torniamo alle nostre potenze e analizziamo i risultati.

$$\mathbf{(1/3)^2} \quad \text{e} \quad \mathbf{3^{-2}}$$

Siccome i 2 risultati rappresentano la stessa operazione devono per forza essere uguali.

$$(1/3)^2 = 3^{-2}$$

Il segno dell'esponente non ha nulla a che vedere con il segno della potenza.
Una potenza ad esponente negativo corrisponde al reciproco della base ad esponente positivo.

$$(2/3)^{-3} = (3/2)^3 = 3^3/2^3$$

4) QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE.

Come al solito consideriamo un esempio e lo sviluppiamo con le potenze.

$$2^4 : 3^4$$

Sulla base di ciò che abbiamo appena visto possiamo riscrivere la potenza nel seguente modo.

$$2^4/3^4 = (2/3)^4$$

QUOZIENTE DI POTENZE AD UGUAL ESPONENTE.

Il quoziente di potenze ad ugual esponente è una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente.

5) POTENZA DI POTENZA

Anche in questo caso sviluppiamo le potenze e consideriamo il seguente esempio.

$$(2^3)^2 = (2*2*2)*(2*2*2) = 2*2*2*2*2*2 = 26 \ = 64$$

Come si può notare per giungere al risultato finale bastava moltiplicare tra loro gli esponenti.

$$(2^3)^2 = 2^{3*2} = 2^6 = 64$$

POTENZA DI POTENZA

La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

POTENZE AD ESPONENTI PARTICOLARI

Qualunque numero può essere considerato una potenza ad esponente 1.

$$37 = 37^1$$

Qualunque numero elevato ad esponente 1 corrisponde come potenza, al valore della base.

Ogni base corrisponde alla potenza avente quella base elevata ad esponente.

$$17^1 = 17$$
$$17 = 17^1$$

Quando l'esponente è 1 la potenza corrisponde al valore della base.
Dell'esempio precedente abbiamo potuto capire che se una potenza ha esponente 1, il suo valore corrisponde al valore della base.
Consideriamo ora il quoziente di 2 potenze che hanno la stessa base e lo stesso esponente.

$$51^3 : 51^3$$

Due potenze che hanno la stessa base e lo stesso esponente rappresentano 2 numeri uguali.
Se si opera la divisione tra due numeri uguali il quoziente sarà sempre 1.

$$51^3 : 51^3 = 1$$
$$17 : 17 = 1$$
$$142 : 142 = 1$$
$$18{,}35 : 18{,}35 = 1$$
$$1736{,}48 : 1736{,}48 = 1$$

Consideriamo la potenza vista in precedenza ed applichiamo la proprietà quoziente di potenze ad ugual esponente.

$$51^3 : 51^3 = (51 : 51)^3 = (1)^3 = 1$$

Consideriamo ora la stessa operazione ma questa volta applichiamo la proprietà quoziente di potenze ad ugual base.

$$\mathbf{51^3 : 51^3 = 51^{(3-3)} = 51^0}$$

Come si può notare in apparenza, le 2 proprietà danno risultati diversi.
Siccome le 2 proprietà sono vere entrambe i 2 risultati devono per forza essere corrispondenti.
Pertanto :

$$\mathbf{51^3 : 51^3 = 51^0 = 1^3 = 1}$$

Da cui ricavo che :

$$\mathbf{51^0 = 1}$$

Qualunque numero elevato ad esponente o da come valore della potenza SEMPRE 1!!!

$$\mathbf{1.751756,38^0 = 1}$$
$$\mathbf{1^0 = 1}$$
$$\mathbf{38^0 = 1}$$
$$\mathbf{(123/7)^0 = 1}$$
$$\mathbf{1.0753^0 = 1}$$
$$\mathbf{1346^0 = 1}$$

LE POTENZE DI 10

Di Nicola Turniano 1° I

Se consideriamo le potenze del numero 10 possiamo dire che l'esponente mi indica sempre quanti zeri sono presenti nel numero.

$\mathbf{10^{0}=1}$

$\mathbf{10^{1}=10}$

$\mathbf{10^{2}=100}$

$\mathbf{10^{3}=1.000}$

$\mathbf{10^{4}=10.000}$

$\mathbf{10^{5}=100.000}$

$\mathbf{10^{6}=1.000.000}$

Questa considerazione ci permette di rappresentare anche numeri molto grandi con una scrittura semplificata.

Consideriamo il seguente numero

1.500.000.000

Il numero rappresenta un miliardo e cinquecento milioni.

Nel linguaggio comune lo descriveremo come un miliardi e mezzo o 1,5 miliardi.

Proviamo ora a considerare questo numero come il prodotto di un coefficiente e di una potenza di 10.

In questo caso il coefficiente sarà 1,5 mentre la potenza di 10 sarà un miliardo.

Un miliardo è un numero con nove zeri:

1.000.000.000 = un miliardo.

Dalla tabella possiamo ricavare la potenza di 10 che corrisponde ad un miliardo:

$$\mathbf{10^{9}}$$

A questo punto possiamo rappresentare il nostro miliardo e mezzo con la seguente scrittura:

		Coefficiente		Potenza di 10
1.500.000.000	**=**	**1,5**	**x**	$\mathbf{10^9}$

Questa rappresentazione di numeri prende il nome di **NOTAZIONE ESPONENZIALE o NOTAZIONE SCIENTIFICA.**
Grazie a questa rappresentazione possiamo scrivere in modo molto semplice anche numeri molto grandi.
Ad esempio questo tipo di notazione viene usato nella rappresentazione delle grandezze astronomiche.

LA NOTAZIONE SCIENTIFICA CON NUMERI MOLTO PICCOLI

Abbiamo visto come si possono rappresentare in modo semplice numeri molto grandi. Vediamo ora come possiamo rappresentare numeri molto piccoli.
Anche in questo caso usiamo le potenze di 10 e le proprietà delle potenze. consideriamo il seguente caso:

$$10^8 : 10^9$$

Applicando il "Quoziente di Potenze ad ugual Base", otteniamo il risultato di **10^{-1}.** Consideriamo la potenza **10^9** come il prodotto di **10^8x10^1.**

Fatta questa considerazione il quoziente tra **10^8 e 10^9** lo possiamo riscrivere nel seguente modo:

$10^8 / 10^8 \times 1 / 10^1 = \cancel{10^8} / \cancel{10^8} \times 1 / 10^1 = 1 / 1 \times 1 / 10^1 = 1 \times 1 / 10 = 1 \times 0{,}1 = 0{,}1$

Da quanto visto ora sappiamo che:

$$10^8 : 10^9 = 10^{-1}.$$

Da quanto visto ora sappiamo che:

$$10^8 : 10^9 = 1 / 10^1 = 0{,}1$$

Siccome le due scritture rappresentano la stessa operazione possiamo dire che:

$$10^{-1} = 1 / 10^1 = 0{,}1$$

Se consideriamo ciò che abbiamo visto anche per altri esponenti negativi possiamo giungere alla seguente tabella:

10^0 = 1 = unità
10^1 = 0,1 =decimi
10^2 = 0,01 =centesimi
10^3 = 0,001 =millesimi
10^4 = 0,0001 =decimillesimi
10^5 = 0,00001 = centimillesimi
10^6 = 0,000001 =millionesimi
10^7 = 0,0000001 = decimillionesimi

Detto questo possiamo sicuramente affermare che con la notazione esponenziale possiamo rappresentare sia numeri molto grandi sia numeri molto piccoli. più precisamente:

1. NOTAZIONE ESPONENZIALE AD ESPONENTE POSITIVO:

Con questa notazione esponenziale si rappresentano numeri anche molto grandi. l'esponente indica quanti zeri sei devono mettere dopo la cifra 1 (con l'esponente positivo gli zeri stanno a destra del numero 1)

2. NOTAZIONE ESPONENZIALE AD ESPONENTE NEGATIVO:

Con questa notazione esponenziale si rappresentano anche numeri molto piccoli. l'esponente indica quanti zeri si devono mettere prima della cifra 1 (con l'esponente positivo gli zeri stanno a sinistra del numero 1)

ORDINE DI GRANDEZZA

Si definisce ordine di grandezza la potenza di 10 più vicina al numero dato.

Consideriamo il seguente esempio: 2635 = 2,635 x 10^3. 2635 x 10^3 è un numero più grande di 10^3 e più piccolo di 10^4:

$10^3 < 2{,}635 \times 10^3 < 10^4$

In ogni caso 2635 è più vicino a 10^3 e più piccolo di 10^4. Infatti 2635 è quasi il triplo di 1000 ma 10000 è quasi 5 volte più grande. La potenza di 10 più vicina a 2635 sarà perciò 10^3. L'ordine di grandezza di 2635 sarà 10^3.

Consideriamo il seguente esempio:

8.500.000 = 8,5 x 10^6.

8,5 x 10^6 è maggiore di 10^6 ed è minore di 10^7:

$10^6 < 8{,}5 \times 10^6 < 10^7$

Consideriamo il diagramma visto in precedenza orientandolo tra 10^6 e 10^7

8,5 x 10^6 è più vicino a 10^7.

L'ordine di grandezza di 8,5 milioni sarà perciò 10^7.

CRITERI DI DIVISIBILITA'

Baldissin Marco 1I

Fino ad ora, anche se con qualche difficoltà, abbiamo eseguito le divisioni e solamente con la determinazione del quoziente abbiamo potuto contare se il divisore era contenuto un numero esatto di volte nel dividendo.
Con i criteri di divisibilità possiamo rispondere a questa domanda senza svolgere la divisione.

Alcuni di questi criteri sono immediati.
Infatti tutti noi sappiamo che se un numero ha la sua ultima cifra 0 è divisibile per 10, se le sue due ultime cifre sono 0 è divisibile per 1000.
Sappiamo inoltre che se un numero termina con 25; 50;75;100, è divisibile per 25.
Se un numero termina con 50 o con 00 è divisibile per 50.
Per i calcoli che si dovranno effettuare in futuro è fondamentale conoscere i criteri di divisibilità relativi ai numeri 2; 3; 5; 7; 11.
Questi numeri sono i primi numeri che compaiono nella tabella dei numeri primi.
Questi numeri sono quelli che ci servono nella scomposizione in fattori primi.
Approfondiamo ora un criterio alla volta.

CRITERIO DI DIVISIBILITA' PER 2

Un numero è divisibile per 2 se termina con una cifra pari.

I numeri pari sono 0; 2; 4; 6; 8.
Qualsiasi numero che termini con una di queste cifre è un numero sicuramente divisibile per 2.

CRITERIO DI DIVISIBILITA' PER 3

Un numero è divisibile per 3 se la somma delle sue cifre è un multiplo di 3.

Ovviamente i multipli di 3 sono i numeri che appartengono alla tabellina del 3.
Consideriamo il numero **34611321**

(3+4+6+1+1+3+2+1) = 21

È possibile evitare di fare la somma completa se si attuano alcune piccole strategie:

c. **Dal numero si eliminano tutte le cifre che sono multiple di 3 (0; 3; 6; 9…).**

d. **Dal numero si eliminano tutte le coppie di cifre che danno come somma il numero 3.**

Proviamo ad applicare questo metodo al numero visto in precedenza.

CRITERIO DI DIVISIBILITA' PER 5

Un numero è divisibile per 5 se termina con la cifra 0 o 5.

CRITERIO DI DIVISIBILITA' PER 7

Un numero è divisibile per 7 se il numero formato dalle sue decine meno il doppio delle sue unità (o viceversa) è un numero multiplo di 7.

98

(8x2)-(9)=16-9=7 (98 è divisibile per 7)

168

(16)-(8x2)=16-16=0 (168 è divisibile per 7)

14629

(1462)-(9x2)=1462-18=1444=(144)-(4x2)=144-8=136=(13)-(6x2)=13-12=1 (14629 non è divisibile per 7)

CRITERIO DI DIVISIBILITA' PER 11

I numeri che non scriviamo sono formati da una serie di cifre che vengono scritte in posti ben precisi.

In base al posto che una cifra occupa, potremo stabilire se essa rappresenta le unità, le decine, le centinaia…

D	P	D	P	D	P	D
1	2	3	4	5	6	7
3	**4**	**7**	**2**	**6**	**8**	**1**

Consideriamo il numero **3472681** come possiamo notare ogni cifra occupa in posto ben preciso.
Si potranno perciò dividere le cifre che occupano i posti dispari (1; 3; 5; 7) dalle cifre che occupano i posti pari (2; 4; 6).
Le cifre che occupano i posti dispari :

POSTI DISPARI = 3; 7; 6; 1

Mentre quelle che occupano i posti pari sono:

POSTI PARI = 4; 2; 8.

Si potrà calcolare la somma delle cifre di posto dispari e la somma delle cifre di posto pari.

SOMMA POSTO DISPARI = 3+7+6+1=17

SOMMA POSTO PARI = 4+2+8=14

Grazie a queste due somme possiamo dare la definizione del criterio di divisibilità per 11.

Un numero è divisibile per 11 se la somma delle cifre di posto dispari meno la somma delle cifre di posto pari (o viceversa) da come risultato un numero multiplo di 11 .

Prendiamo in considerazione il numero considerato sopra **3472681.**
Se facciamo la somma delle cifre di posto dispari otteniamo 17 mentre se facciamo la somma delle cifre di posto pari otteniamo 14.
Il risultato della sottrazione tra questi due numeri è 17-14=3.
Siccome 3 non è un multiplo di 11 allora **3472681 non è divisibile per 11**.

Consideriamo il numero **6.210.783**

D	P	D	P	D	P	D
1	2	3	4	5	6	7
6	**2**	**1**	**0**	**7**	**8**	**3**

SOMMA POSTI DISPARI = 6+1+7+3=17

SOMMA POSTI PARI = 2+0+8=10

17-10=7

Anche in questo caso la differenza non è multipla di 11.
6.210.783 non è divisibile per 11

Consideriamo il numero **3.670.216**

D	P	D	P	D	P	D
1	2	3	4	5	6	7
3	**6**	**7**	**0**	**2**	**1**	**6**

SOMMA POSTI DISPARI = 3+7+2+6=18

SOMMA POSTI PARI=6+0+1=7

18-7=11

In questo caso la differenza è 11 ed pertanto un multiplo di 11.
3.670.216 è perciò divisibile per 11.

RISOLUZIONE DI PROBLEMI CON IL MASSIMO COMUNE DIVISORE

Di Bytici Albina

Ci sono alcuni problemi che richiedono di raggruppare cose diverse formando gruppi con le medesime quantità.

Questi Problemi generalmente si risolvono utilizzando il Massimo Comun Divisore del numero che rappresenta gli elementi che si devono raggruppare.

PROBLEMA

Con 18 tulipani e 24 Rose una signora vuole preparare vasi di Rose e di Tulipani contenenti lo stesso numero di piante
Quante piante si devono mettere in ogni vaso?

Dati

TULIPANI = 18
ROSE = 24
N° PIANTE PER VASO = ?
N° TULIPANNI PER VASO = N° ROSE PER VASO.

Risoluzione

M.C.D (TULIPANNI ; ROSE) = M.C.D (18; 24)

18	2
9	3
3	3
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

18 = 2 x 3 x 3 **24 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3**

M.C.D (18; 24) = 2.3 = 6

Risposta

Il numero di piante per ogni vaso sarà 6

Risoluzione dei Problemi con il minimo comune multiplo

Quando si devono risolvere problemi in cui dobbiamo operare con eventi che si ripetono regolarmente nel tempo, si utilizza generalmente il minimo comune multiplo.
Consideriamo il seguente problema:

PROBLEMA

3 Aerei fanno scalo all'aeroporto di Treviso ogni 4; 6; 9 giorni.

Se partono contemporaneamente il 31 marzo, quando si troveranno assieme nuovamente per la prima volta?

Dati

Tempo A = 4 Giorni
Tempo B = 6 Giorni
Tempo C = 9 Giorni
Tempo primo incontro = ?
Data primo Incontro = ?
Data Partenza 31 marzo

Risoluzione

Tempo primo incontro = m.c.m.(TA; TB; TC) = m.c.m. (4; 6; 9)

4	2	6	2	9	3
2	2	3	3	3	3
1		1		1	

4 = 2 x 2 **6 = 2 x 3** **9 = 3 x 3**

m.c.m.(4; 6; 9) = 2 x 2 x 3 x 3 = 4 x 9 = 36

Tempo primo incontro = 36 Giorni
Data primo incontro = 31 marzo + 36 Giorni = 31 marzo + 30 Giorni + 6 Giorni
= 6 maggio

Risposta

I tre aerei si incontreranno per la prima volta, dopo la partenza, all'Aeroporto di Treviso il 6 maggio dopo 36 giorni

PROBLEMA

Tre Navi partono dal porto di Trieste e vi ritornano dopo 20 giorni la prima, dopo 16 giorni la seconda e dopo 24 giorni la terza.
Se partono contemporaneamente il primo di gennaio, quando si incontreranno nuovamente tutte e tre a Trieste?

Dati
Tempo A = 20 Giorni
Tempo B = 16 Giorni
Tempo C = 24 Giorni
Data Partenza 1 Gennaio
Tempo primo incontro = ?
Data primo incontro = ?

Risoluzione
Tempo primo incontro = m.c.m.(TA; TB; TC) = m.c.m.(20; 16; 24)

20	2
10	2
5	5
1	

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

20 = 2 x 2 x 5　**16 = 2 x 2 x 2 x 2**　**24 = 2 x 2 x 2 x 3**

m.c.m.(20; 16; 24) = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 5 = 16 x 3 x 5 = 48 x 5 = 240

Tempo primo incontro = 240 Giorni
Data primo incontro = 1 gennaio + 31 + 28 + 31 +30 + 31 +30 +31 +28 = 1 gennaio + gennaio + febbraio + marzo + aprile + maggio + giugno + luglio + 28 Giorni = 28 agosto

Risposta
Le tre navi si incontreranno nuovamente al porto di Trieste il 28 agosto dopo 240 giorni

LE FRAZIONI

Baldissin Marco 1I

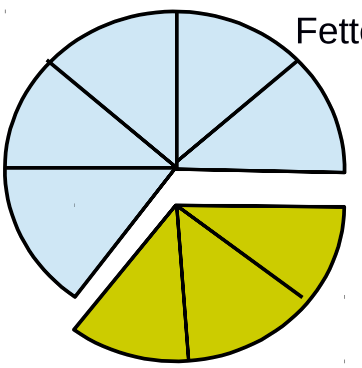
Dall'inizio dell'anno stiamo operando con le frazioni e in tutti i problemi li abbiamo risolti considerando l'unità frazionaria.
Quando abbiamo detto che un segmento è 5/7di un' altro abbiamo considerato il primo segmento di 5 unità mentre il secondo di 7 unità.
Una frazione è composta da tre parti.

Linea di frazione **numeratore**

$$\frac{4}{5}$$

denominatore

Il **numeratore** e il **denominatore** vengono definiti termini della frazione.
La **linea di frazion**e rappresenta l'operazione di divisione.
Il denominatore è un numero molto importante in quanto indica in quante parti è stato diviso l' intero.
Il numeratore indica quante di queste parti bisogna prendere in considerazione.
In altre parole il denominatore indica in quante fette è stata divisa una torta
Il numeratore indica quante fette sono state mangiate.
Se facciamo la differenza tra il denominatore e il numeratore troviamo quante fette si possono ancora mangiare.



Fette Rimaste **5 / 8**

Fette Mangiate **3 / 8**

Nell’esempio considerato si sono mangiate tre fette delle otto in cui la torta era stata divisa.
Si dirà perciò che si sono mangiati i 3/8 della torta.
Ovviamente ne rimangono da mangiare i **5 / 8.**
Abbiamo perciò due frazioni **3 / 8** e **5 / 8.**
La somma di queste due frazioni ci da l’intera torta infatti tre sono le fette mangiate e cinque le fette rimaste 3+5=8, sono le fette in cui è stata divisa la torta.

3 / 8+5 / 8 = 8 / 8 = torta.

Come si può notare la somma dei numeratori è uguale al denominatore.
3/8 e 5/8 sono due frazioni particolari in quanto:
1) hanno lo stesso denominatore.
2) la somma dei numeratori è uguale al denominatore.
Quando due frazioni presentano queste caratteristiche si definiscono complementari.
Nel nostro caso l’intero è rappresentato dalla torta e l’unità e rappresenta dalla fetta.
Nel nostro caso specifico l’ unità è **1 / 8.**

RICAPITOLANDO

3 / 8 = fette mangiate
5 / 8 = fette rimaste
1 / 8 = fetta = unità
8 / 8 = torta = intero

Si definiscono complementari due frazioni la cui somma rappresenta l' intero.

In pratica due frazioni complementari hanno lo stesso denominatore e il numero che si ricava dalla somma dei numeratori è uguale al denominatore.

FRAZIONI PROPRIE

Ritorniamo al nostro esempio della torta e consideriamo ancora le fazioni 3/8 e 5/8, ed anche le frazioni 7/8 e 1/8.
Come abbiamo visto prima tutte queste azioni non rappresentano l'intero infatti l'unica frazione che rappresenta l'intero è 8/8.
Se osserviamo i numeratori di queste frazioni ci accorgiamo che sono tutti più piccoli del denominatore.
Abbiamo anche visto che se il numeratore è al denominatore la frazione rappresenta l'intero (la nostra torta).

Quando il numeratore o il denominatore di una frazione sono uguali quella frazione rappresenta l'intero.

8/8; 5/5; 10/10; 9/9;13/13…
Sono frazioni che rappresentano l'intero.
Come sappiamo la linea di frazione rappresenta l'operazione di divisione perciò si avrà che:
8 / 8 = 8 : 8 =1
5 / 5 = 5 : 5 =1
10 / 10 = 10 : 10 =1
9 / 9 = 9 : 9 =1
13 / 13 = 13 : 13 =1
Risulta evidente che ogni frazione che rappresenta l'intero ha come quoziente 1.

Qualunque frazione che dia come quoziente 1 è una frazione che rappresenta l’intero.

Torniamo ora alla nostra torta e alle frazioni **1 / 8 ; 3 / 8 ; 5 / 8 ; 7 / 8**
Nessuna di queste frazioni rappresenta l’intero e il quoziente di queste frazioni è sempre minore di 1 in quanto il numeratore (dividendo) è più piccolo del divisore (denominatore).

Quando in una divisione il dividendo è più piccolo del divisore il quoziente è sempre minore di 1.

Stabilito questo risulta che tutte le frazioni in cui il numeratore è più piccolo del denominatore il quoziente sarà sempre minore di 1 e pertanto quella frazione rappresenta un numero minore dell’intero.

Una frazione che presenti un numeratore più piccolo del denominatore si definisce FRAZIONE PROPRIA.

FRAZIONI IMPROPRIE

Ritorniamo ancora alla nostra torta.
E' ovvio che se l'intero è rappresentato da 8/8 e noi abbiamo servito 13 fette vuol dire che abbiamo utilizzato 2 torte.
Ogni torta rappresenta l'intero e pertanto abbiamo a disposizione 16 fette.

8 / 8+8 / 8=16 / 8 = 2 torte.

Si definisce FRAZIONE IMPROPRIA una frazione in cui il numeratore è più grande del denominatore.
Una frazione impropria rappresenta un valore maggiore o maggiore all'unità.

FRAZIONI APPARENTI

Prendiamo in considerazione la nostra torta con le sue 8 fette.
La nostra torta è rappresentata dalla frazione 8/8 che rappresenta l'intero.
Con le frazioni improprie abbiamo visto che possiamo rappresentare numeri che sono maggiori dell'intero, infatti nel caso precedente abbiamo considerato la frazione 13/8 che è una frazione impropria.
Consideriamo ora le frazioni:

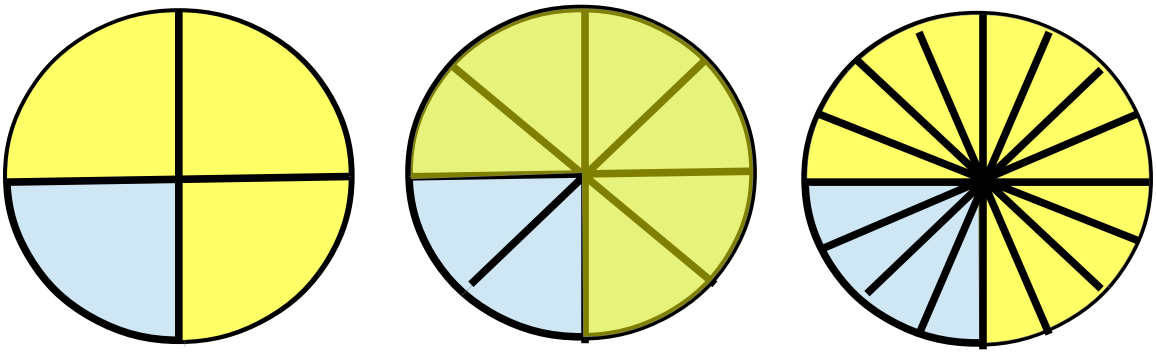
8 / 8 = 1 intero =1 torta
16 / 8= 2 interi = 2 torte
24 / 8 = 3 interi = 3 torte

Tutte queste frazioni danno come quoziente un numero naturale.
Tutte le frazioni che danno come quoziente multipli dell'intero vengono definite frazioni apparenti.

Si definiscono FRAZIONI APPARENTI una frazione avente il numeratore multiplo del denominatore.
Il quoziente di una frazione apparente è sempre un numero naturale.

FRAZIONI EQIUVALENTI

Possiamo osservare la particolarità di alcune frazioni che, pur essendo differenti rappresentano la stessa grandezza.
Consideriamo 3 torte uguali e dividiamo la prima in 4 parti, la seconda in 8 e la terza in 16.



Della prima parte coloriamo una fetta, della seconda coloriamo 2 fette e della terza coloriamo 4 fette.
Se le parti colorate, anche se non espresse da frazioni diverse rappresentano la stessa quantità di torta.
Le 3 frazioni **1/4** ; **2/8**; **4/16** sono perciò frazioni equivalenti in quanto rappresentano la medesima parte dell'intero.
Si può osservare che il denominatore è un multiplo del numeratore e, nel nostro caso, il denominatore è il quadruplo del numeratore.
2/8 = 2:8 = 0,25
4/16 = 4:16 =0,25
Tutte le frazioni, proprie, improprie,o apparenti, che sono di origine al medesimo quoziente sono frazioni equivalenti.

Si definiscono FRAZIONI EQUIVALENTI tutti quei gruppi di frazioni che, danno origine al medesimo quoziente.

Sono perciò frazioni equivalenti anche **5/3** ; **10/6**; **15/9**; **20/12** … oppure **2/3 6/4 9/6 12/8 15/10**…

PROPRIETA' INVARIANTIVA DI FRAZIONI

Abbiamo visto come di una frazione possiamo ottenerne infinite di equivalenti. Abbiamo visto anche come ridurre una frazione ai minimi termini.
Grazie a queste procedure siamo riusciti a determinare il minimo comune denominatore di un gruppo di frazioni.
Tutti i calcoli che abbiamo svolto si basano su un'unica proprietà delle frazioni: la proprietà invariantiva.
La proprietà invariantiva delle frazioni si enuncia nel seguente modo:

Moltiplicando un dividendo entrambi i termini di una frazione per uno stesso numero si ottiene sempre una frazione equivalente alla frazione data.

È bene ricordare che i termini di una frazione sono il numeratore e il denominatore.

<u>CONFRONTO DI FRAZIONI</u>

Di Nicola Turniano 1 I

Confrontare due frazioni significa stabilire quale delle due sia maggiore.
Per compiere questa operazione si determina il denominatore comune e si riducono tutte le frazioni a questo denominatore.
Per fare questo si effettuano i tre passaggi visti in precedenza:

1. **riduzione ai minimi termini**
2. **determinazione m.c.m. dei denominatori**
3. **determinazione delle frazioni equivalenti aventi come denominatore il m.c.m. dei denominatori**

Fatto tutto questo la frazione maggiore sarà rappresentata dalla frazione che al numeratore presenta il valore più grande.
Possiamo però in alcune frazioni evitare tutti questi calcoli e determinare immediatamente la frazione maggiore.
Tra una frazione propria e una impropria è sempre maggiore quella impropria.
Tra due frazioni aventi lo stesso denominatore sarà maggiore quella che avrà al denominatore il valore più piccolo.
Tra due frazioni avente lo stesso denominatore sarà maggiore quella che avrà il numeratore più grande.

<u>RIDUZIONE DI FRAZIONI ALLO STESSO DENOMINATORE</u>

Angela Reginato 1I

Se consideriamo un gruppo di frazioni equivalenti possiamo osservare una loro proprietà.
Consideriamo le frazioni:

3/2 **6/4** **9/6** **12/8** **15/10.**

Proviamo a considerare di queste frazioni la frazione **15/10.**
Da quanto imparato fino ad ora sappiamo che **15** e **10** hanno dei divisori in comune.
Infatti 15 e 10 sono entrambi divisibili per cinque.
Effettuiamo ora la divisione sia del numeratore che del denominatore.

15: 5=3 **10: 5=2**

15/10=3/4

Consideriamo ancora un'altra frazione del gruppo e più precisamente **12/8**.
Anche in questo caso numeratore e denominatore hanno il divisore comune che è il quattro.

12: 4=3 **8: 4=2**

12/8=3/2

Abbiamo visto che di ogni frazione ne esistono infinite di equivalenti.
Abbiamo visto in oltre che la classe di equivalenza è rappresentata dalla frazione ridotta ai minimi termini.
La classe di equivalenza è perciò rappresentata da una frazione irriducibile.
Quando si opera con le frazioni, in modo particolare, quando si eseguono somme o differenze, è fondamentale che tutte le frazioni con cui si opera abbiano lo stesso denominatore.

Per fare questo dobbiamo trovare le frazioni equivalenti alle frazioni date che abbiano tutte lo stesso denominatore.

Per fare questo operiamo in tre stadi:

1) si riducono le frazioni ai minimi termini

2) si calcola il minimo comune multiplo dei denominatori

3) si determinano le frazioni equivalenti alle frazioni date che hanno come denominatore il denominatore comune.

Consideriamo ora le frazioni

2/4 **5/7** **4/10**.

Dobbiamo trovare le frazioni equivalenti a queste aventi il denominatore più piccolo possibile.
Per fare questo effettuiamo le tre procedure viste in precedenza.

1) RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI

2/4=1/2

5/7=5/7

4/10=2/5

2) DETERMINAZIONE DEL m.c.m. DEI DENOMINATORI

Si considerino i denominatori delle frazioni ridotte ai minimi termini e ne si calcoli il minimo comune multiplo.

m.c.m. (2; 5 ; 7;) = 2 x 5 x 7= 70

Il denominatore comune che dovranno avere le tre frazioni equivalenti sarà perciò 70.

3) DETERMINAZIONE DELLE FRAZIONI EQUIVALENTI AVENTI DENOMINATORE COMUNE.

Questa operazione è la più delicata ed è quella che comporta il maggior numero di errori.

Per facilitare questo percorso dividiamo la procedura in due parti che dovremmo imparare a memoria.

PARTE A

Si moltiplica il denominatore comune per il denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

PARTE B

Si moltiplica il quoziente così ottenuto per il numeratore della frazione ridotta ai minimi termini. La frazione equivalente avrà come numeratore il prodotto così ottenuto e come denominatore il denominatore comune.

Consideriamo le tre frazioni appena viste

1/2	5/7	2/5
PARTE A	**PARTE A**	**PARTE A**
70: 2=35	**70: 7=10**	**70: 5=14**
PARTE B	**PARTE B**	**PARTE B**
35 x 1=35	**50/70**	**28/70**

Le tre frazioni equivalenti aventi denominatore comune saranno perciò:

35/70 **50/70** **28/70.**

SOMMA, DIFFERENZA, PRODOTTO E QUOZIENTE DI FRAZIONI

Di Liviero Maria 1I

Quello che abbiamo imparato fino ad ora ci permette di ridurre le frazioni a denominatore comune .

Questa operazione sta alla base sia della somma sia della differenza tra frazioni .

SOMMA DI FRAZIONI

Per sommare due frazioni dobbiamo operare nel seguente modo :

1) **Si riducono le frazioni al minimo comune denominatore .**
2) **Si sommano il numeratore delle frazioni così ottenute .**
3) **La frazione somma avrà come denominatore il minimo comune denominatore calcolato in precedenza e come numeratore la somma dei numeratori .**

4 \ 10 + 7 \ 4 = 2 \ 5 + 7 \ 4 = (2 x 4 + 7 x 5) \ 20 = (8+35) \20 = 43 \ 20

DIFFERENZA DI FRAZIONI

Per fare la differenza tra due frazioni si opera nel seguente modo :

1) **Si riducono le frazioni al minimo comune denominatore**
2) **Si fa la differenza tra i numeratori delle frazioni così ottenute .**
3) **La frazione differenza avrà come denominatore il minimo comune denominatore calcolato in precedenza e come numeratore la differenza dei numeratori .**

8 \ 12 – 6 \ 15 = 2 \ 3 – 2 \ 5 = (2 x 5 – 2 x 3) \ 15 = (10 - 6) \ 15 = 4 \ 15

PRODOTTO DI FRAZIONI

Il prodotto di due o più frazioni è un operazione molto semplice, basta moltiplicare tra loro i numeratori e moltiplicare tra loro i denominatori.

2 \ 3 * 4 \ 5 = (2*4) \ (3*5) = 8 \ 15

QUOZIENTE DI FRAZIONI

Il quoziente di due frazioni è anch'essa un operazione molto semplice, basta moltiplicare alla prima frazione il reciproco della seconda.

Il reciproco di una frazione lo si ottiene scambiando tra loro il numeratore con il denominatore.

2 \ 7 : 3 \ 4 = 2 \ 7 * 4 \ 3 = (2*4) \ (7*3) = 8 \ 21

ELEVAMENTO A POTENZA DI UNA FRAZIONE

Di Irene Cecchini 1I

Elevare a potenza una potenza significa moltiplicarla per se stessa tante volte quante ne indica l'esponente.

$$(2/3)^3 = 2/3 * 2/3 * 2/3 = 2^3/3^3 = 8/27$$

Come si può notare la frazione da elevare a potenza è stata scritta tra parentesi. Questo significa che tutta la frazione è stata elevata a potenza.
Se non avessimo messo la parentesi la situazione sarebbe stata la seguente:

$$2^3/3 = 2 * 2 * 2 / 3 = 8/3$$

Come si può notare il risultato è diverso dal precedente.
Nel primo caso la base era 2/3 mentre nel secondo caso la base era 2.

Per elevare a potenza una frazione la si deve SEMPRE scrivere tra parentesi.

Ovviamente anche per le frazioni si devono applicare le proprietà delle potenze.
Nel nostro caso la base è ciò che sta scritto dentro alle parentesi.